



Országos Matematikaolimpia  
Megyei forduló - 2026. március 7.

## VI. OSZTÁLY

**1. feladat.** Adottak a következő halmazok:

$$A = \{ n \in \mathbb{N} \mid n \leq 1000 \text{ és } n\text{-nek a } 3\text{-mal való osztási maradéka } 2 \},$$

$$B = \{ n \in \mathbb{N} \mid n \leq 1000 \text{ és } n\text{-nek a } 7\text{-tel való osztási maradéka } 1 \}.$$

a) Melyik az  $A \cap B$  halmaz legkisebb eleme?

b) Határozd meg az  $A \cup B$  halmaz elemeinek számát!

*Gazeta Matematică*

**2. feladat.** Határozd meg az  $x$  prímszámot és az  $y$  nemnulla természetes számot, amelyre  $\frac{x}{2y} = \frac{x+1}{x+y+8}$ .

**3. feladat.** Az  $ABC$  egyenlő szárú háromszögben  $\widehat{BAC} = 100^\circ$ . A  $C$  középpontú és  $CA$  sugarú kör a  $BC$  szakaszt a  $D$  pontban metszi, a  $D$  középpontú és  $DB$  sugarú kör a  $AB$  szakaszt az  $E$  belső pontban metszi és a  $D$  középpontú és  $DA$  sugarú kör az  $AC$  szakaszt az  $F$  belső pontban metszi.

a) Igazold, hogy  $CF = DE$ .

b) Az  $F$  ponton át az  $AB$  egyenessel húzott párhuzamos a  $BC$  oldalt az  $M$  pontban metszi. Igazold, hogy  $MD = AE$ .

**4. feladat.** Nevezzük *lassúnak* azokat a nemnulla  $L$  természetes számokat, amelyeknek legalább négy osztójuk van, és ha  $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_p = L$  az  $L$  osztói, akkor az osztók sorozatának minden tagja a negyediktől kezdve kisebb vagy egyenlő, mint a megelőző osztók közül háromnak az összege.

a) Igazold, hogy 72 lassú szám!

b) Bizonyítsd be, hogy bármely két lassú szám szorzata szintén lassú szám!

*Munkaidő 3 óra.*

*Minden feladatra legfeljebb 22,5 pont szerezhető.*